

КОММЕНТАРИИ

к открытому банку заданий
для формирования функциональной грамотности

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ГРАМОТНОСТЬ

9 класс

ЧАСТЬ 1

Комплексное задание «Полочка в шкафу» (2 задания)

Комплексное задание «Полочка в шкафу» содержит проблемную ситуацию, с которой может столкнуться каждый, кто умеет что-то делать по дому своими руками, мастерить, ремонтировать. В данном случае сюжет связан с изготовлением прямоугольной полочки заданного размера из куска фанеры, также имеющего определенную форму и размеры. Проблема в том, подходит ли этот кусок, как это можно определить виртуально, не выполняя реальных непосредственных действий сравнения, например, с помощью наложения. Комплексное задание отнесено к контексту **Образование/Профессиональная деятельность**, т.к. связано с определенной профессией.

Оба задания связаны с геометрическим содержанием курса математики, с использованием геометрических фактов и построений, связанных с прямоугольником и прямоугольной трапецией, что и определяет область содержания – **Пространство и формы**.

В описании комплексного задания приводится не только чертеж трапеции, но и схематические изображения двух возможных вариантов наложения прямоугольника и трапеции: на первом рисунке прямоугольник полностью расположен внутри трапеции (лист подходит), на втором – прямоугольник выходит за контуры трапеции (лист не подходит).

Задание 1 связано с двумя высказываниями относительно того, является ли сравнением площадей двух фигур или сравнение длин сторон прямоугольника и трапеции достаточным условием того, что прямоугольник поместился во внутренней области трапеции. Оба приведенных в задании высказывания являются неверными, и чтобы обосновать это, требуется построить и записать контрпример. Это логическое умение, поэтому вид деятельности, к которому отнесено задание, – **рассуждать**, и умение достаточно сложное, поэтому задание отнесено **к высокому уровню сложности**.

Задание 2 содержит решение задачи о том, какими могут быть длины сторон прямоугольника, чтобы он не выходил за границу трапеции. Прежде всего, учащимся необходимо понять предложенное решение, поэтому вид деятельности определен как *рассуждать*, а затем, чтобы ответить на поставленный вопрос, определить, какие факты курса геометрии использованы в этом решении, и выбрать их из предложенного списка (даны 5 теорем, для получения двух баллов надо верно выбрать 3 из них). Задание отнесено к заданиям *среднего уровня* сложности.

Комплексное задание «Игра в лото» (2 задания)

Комплексное задание «Игра в лото» описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в любой семье, когда дети (или дети с родителями) проводят вместе время отдыха, но хотят в ходе общения получить какую-то интересную информацию, сделать какие-то выводы. Все вопросы относятся к одному контексту – *Научная деятельность*.

Перед выполнением заданий ученик знакомится с описанием ситуации. Информация о правилах игры (для того случая, когда школьник не знаком с ними) представлена в тексте.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что для ученика описана ситуация, которая может возникнуть в ходе игры, а не изучения раздела математики. Вместе с тем, включение в условие задания вопроса, связанного с математическим понятием «вероятность события» помогает учащимся «увидеть» объект, который встречался им на уроках математики. Оба задания сосредоточены в одной области содержания – *Неопределенность и данные*. Для успешного выполнения заданий от ученика требуется умение вычислить вероятность случайного события, используя определение. Для получения ответа требуется также владеть понятием дроби.

Когнитивная деятельность в двух вопросах одинаковая: используется вид деятельности «*применять*», включающий в себя умение использовать математические понятия и процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики проблемы.

В вопросе А задания 1 требуется вычислить вероятность того, что на выбранном бочонке будет однозначное число, а в вопросе Б нужно вычислить вероятность того, что на бочонке будет число, кратное 15. Заметим, что подсчет числа благоприятных исходов в первом случае связан с определением количества однозначных чисел в промежутке от 1 до 90 (простейшая задача для девятиклассников). Во втором случае число благоприятных исходов вычисляется немного сложнее, потому что требуется выполнение двух условий: определить количество чисел, лежащих в промежутке от 1 до 90, кратных 15. Нужно отметить, что аналогичные задачи на кратность чисел можно уже предлагать и ученикам 5–6-х классов, они не должны вызывать затруднения. При подсчете вероятности напрямую применяется определение.

Задание относится к заданиям *среднего уровня* сложности. Девятиклассник работает с некоторой игровой (возможно, знакомой ему) ситуацией с информацией, представленной в достаточно явном виде, но в тексте, где есть и другая числовая информация. Это отличает данное комплексное задание от традиционных математических задач. Учащимся также дано изображение конкретной карточки из заданий 1 и 2, однако, это скорее, иллюстративный материал, поскольку вся необходимая для ответа на вопрос информация содержится в тексте.

Ситуация, предложенная в задании 2, усложняется за счёт того, что ученик должен проанализировать условие задачи и понять, какие исходы можно считать благоприятными, то есть требуется внимательно прочитать условие задачи. Информация, необходимая для понимания ситуации и

выполнения задания, представлена в тексте. Для выполнения второго задания от учащегося требуется умение правильно понимать математический текст. Это задание *низкого уровня* сложности. Девятиклассник работает с ситуацией, представленной в явном виде. Для получения ответа требуется выполнить простейшие действия.

Поскольку оба задания близки к предметным результатам обучения базового уровня, их (или составленные по аналогии) можно использовать как на тематических уроках с целью внедрения разнообразия в рассматриваемые сюжеты, а также и для контроля. Расширить спектр и сложность задаваемых вопросов можно, если использовать то условие, что игрок может взять несколько карт.

Комплексное задание «Олимпийские медали» (2 задания)

Комплексное задание «Олимпийские медали» описывает реальную ситуацию при проведении XXII Зимних Олимпийских игр и связано с их подготовкой (изготовление медалей для награждения победителей). Все вопросы относятся к одному контексту *Общественная жизнь*.

Задания 1 и 2 формулируются вне предметной математической области (особенно задание 2): ученику не сказано, какие математические действия требуется выполнить. Задание 1 относится к области содержания *Количество*: ученикам предложено вычислить массу 97 серебряных медалей (вопрос А) и примерную массу серебра заданной пробы, израсходованного на изготовление одной серебряной медали XXII Зимних Олимпийских игр (вопрос Б).

Вопросы А и Б в первом задании максимально приближены к базовым предметным результатам, поэтому вид деятельности, используемый учащимися, – *применять*, включающий в себя умение использовать математические процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики

проблемы. В этом задании это: перевод процента в дробь (92,5 %), нахождение процента от числа, вычисление произведения целого и десятичного чисел, двух натуральных чисел, выражение величины в килограммах и округление до целого.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся со *средним уровнем* математической грамотности: эти школьники могут работать с конкретными ситуациями, применять стандартные методы решения, делать прямые выводы. В этом задании ученику предложена ситуация, достаточно близкая к ситуациям, рассматриваемым на уроках математики, однако, дополнительную сложность представляют собой сразу несколько аспектов. Во-первых, это дробные проценты, во-вторых, то, что требуется применить умение выбирать и связывать между собой информацию, представленную в различных формах – текст и справочный материал, в-третьих, необходимость внимательно читать и вникать в конкретные аспекты ситуации (например, в одном случае надо найти массу серебра, а в другом – массу медали).

Задание 2 относится к области содержания *Пространство и формы*: ученики должны применить формулы для вычисления объемов фигур: параллелепипеда (сейф) и цилиндра (медаль), вторая из этих формул дана в справочных материалах. Вопрос содержит несложную проблемную ситуацию: установить, уместятся ли серебряные медали в сейфе указанных размеров. Для ответа на поставленный вопрос школьники должны разработать план, который состоит в том, чтобы определить объем, занимаемый медалями, и сравнить его с внутренним объемом сейфа. Такова новая постановка вопроса самим учащимся, то есть требуется переформулировать вопрос задания, что и составляет идею решения.

Вид деятельности в задании 2 – *формулировать*, включает умение определить, из какого раздела математики он может извлечь требуемые знания, чтобы решить проблему, и сформулировать задачу. В рассматриваемом задании ставится вопрос о том, соответствует ли

внутренний размер сейфа (другими словами, его вместимость) тому объему, который будут занимать серебряные медали. При решении этой проблемы ученик должен найти подход к нахождению объема медали, сделав при этом некоторую идеализацию формы медали (приняв ее за цилиндрическую).

Задание 2 соответствует подготовке учащихся с *высоким уровнем* математической грамотности. Ученики, находящиеся на этом уровне, способны работать с комплексными проблемными ситуациями, различными моделями и их ограничениями, разрабатывать собственные стратегии решения, выбирать информацию из нескольких источников, представленную в стандартных формах (таблица, формула, символьная запись), представлять свои рассуждения в письменной форме, использовать формальный язык, делать выводы и давать интерпретации полученным результатам. Именно таким характеристикам и соответствует эта задача.

При выполнении этого задания учащиеся могут испытывать затруднения, связанные с пониманием той ситуации, которая им предлагается для анализа: сравнить вместимость сейфа и тот объем, который имеют серебряные медали, основываясь на внутренних размерах сейфа, хотя в условии даны и его внешние размеры. В описании ситуации есть лишние данные, которые не пригодятся учащимся для решения поставленной перед ними проблемы. Успех разрешения поставленной проблемы во многом определяется пониманием и правильным представлением описанной ситуации.

При выполнении этого задания учащиеся могут рассуждать различными способами для вычисления объема медалей (в том числе, использовать приближенные вычисления):

- вычислить объем 97 медалей, принимая форму медали за цилиндрическую;
- вычислить объем параллелепипеда, считая, что каждая медаль упакована, например, в картонную коробку;

- вычислять число медалей, которые можно уложить по высоте сейфа, по ширине и по длине.

Все верные способы решения, которые могут быть представлены учащимися, должны приниматься.

Комплексное задание «Дорога до дачи» (3 задания)

Комплексное задание описывает реальную жизненную ситуацию, которая может возникнуть в семье, путешествующей на автомобиле, она хорошо знакома ученику и понятна ему. Все вопросы относятся к одному контексту — *Личная жизнь*.

Задание формулируется вне предметной математической области в том смысле, что ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить. Вместе с тем включение в условие задания графика движения автомобиля помогает учащимся «увидеть» объект, который встречался им на уроках математики.

Все три вопроса заданий сосредоточены в одной области содержания – *Изменения и зависимости*: ученикам предложен график зависимости пути от времени движения. Задание 1 максимально приближено к базовым предметным результатам, задания 2 и 3 содержат несложные проблемные ситуации: предложить свою трактовку событий, отраженных на участке графика (график параллелен оси абсцисс – расстояние остается постоянным); определить наименьшее время движения по объединённому участку дороги (здесь две стратегии – данные для решения проблемы можно выделить из графика или из текста условия). Очевидно, что все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: читать и понимать график зависимости, интерпретировать результаты анализа графика в условиях заданной ситуации.

Когнитивная деятельность во всех трех вопросах различна. В задании 1 учеником используется вид деятельности – *применять*, включающий в себя

умение использовать математические понятия и процедуры, выявлять связи между математическими величинами для решения уже сформулированной на языке математики проблемы; здесь это осуществляется на основе чтения кусочно-заданного графика.

Вид деятельности в задании 2 – *интерпретировать*, включающий в себя умение переводить математическое решение в контекст реальной проблемы, оценивать и объяснять результаты; необходимо представить свою интерпретацию ситуации, возникшую на 100-м км дороги – это участок, на котором не меняется расстояние.

Вид деятельности в задании 3 – *формулировать*, включающий в себя умение определить, из какого раздела математики он может извлечь требуемые знания, чтобы решить проблему. В рассматриваемом задании ставится вопрос о нахождении наименьшего времени, за которое можно будет преодолеть объединенный скоростной участок по завершении дорожных работ. При решении этой проблемы ученик должен найти подход к нахождению наименьшего времени, то есть извлечь из текста информацию, касающуюся максимальной скорости, которую можно развивать на данной скоростной дороге, и к определению длины объединенного участка, образованного из трех участков.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся с *низким уровнем* математической грамотности: ученику предложена готовая модель движения, представленная в виде кусочно-заданного графика; от него требуется умение выбирать и связывать между собой информацию, представленную в тексте и на графике, понимать информацию, напрямую связанную с конкретным аспектом ситуации.

Задание 2 выявляет учащихся, математическая грамотность которых отвечает *низкому уровню*: эти школьники могут работать с элементарными ситуациями («считывать» информацию с графика движения), применять простые модели и стандартные методы решения (интерпретировать

расположение части графика), делать прямые выводы (расстояние остается постоянным – на трассе это возможно в случае отсутствия движения, возможно, это пробка, поломка и пр.).

Верное выполнение задания 3 дает информацию об учащих, математическая грамотность которых отвечает *среднему уровню*, т.к. ситуация стандартна – учащиеся решали много задач, связанных как со скоростью движения, так и с реальными графиками, связывающими понятия расстояния, скорости и времени равномерного движения. Ученики должны пользоваться различными формами представления информации («считанной» с графика движения и полученной из анализа условия комплексного задания); владеть изученными математическими понятиями (средняя скорость движения, обратно пропорциональная зависимость), фактами (способ нахождения средней скорости), уметь распознавать их в реальных ситуациях; уметь проводить рассуждения (неизвестны расстояние, время, способ нахождения наименьшего времени, затраченного на движение по заданному пути); уметь четко и точно формулировать свои выводы.

Комплексное задание «Как измерить ширину реки» (3 задания)

Комплексное задание включает три вопроса, отнесенных к двум областям – *Пространство и формы* и *Количество*. В задании описан один из классических сюжетов измерений на местности – определение ширины реки. Приводится алгоритм построений на местности с соответствующим ему чертежом. Способ основан на построении двух равных треугольников.

В задании 1 требуется обосновать приведенный алгоритм, то есть привести доказательство того, что построенный отрезок равен ширине реки, которое сводится ко второму признаку равенства прямоугольных треугольников по катету и прилежащему к этому катету углу. Задание *среднего уровня* сложности, вид деятельности – *формулировать*, т.к.

необходимо переформулировать алгоритм, описанный на языке реальных построений на местности, в геометрическую задачу на доказательство.

В задании 2 речь идет об измерении расстояния, точнее, о преобразовании расстояния, измеренного шагами, в расстояние, выраженное в метрах. Это вычислительная задача, одна из необходимых величин рассчитывается по формуле: используется формула для вычисления длины шага, зависящей от роста человека, все входящие в формулу величины заданы в явном виде в условии задания. Вид деятельности – *применять*, т.к. достаточно очевидным образом используются стандартные процедуры: выражения в метрах длины, выраженной в сантиметрах; вычисления по формуле; умножения десятичной дроби на натуральное (круглое) число; округления. *Уровень сложности – высокий* в силу необходимости использовать для промежуточных результатов необычной формулы и предварительно выразить в метрах рост, заданный в сантиметрах, что требует дополнительного внимания при чтении условия и культуры работы с реальными, практическими формулами.

Задание 3 также отнесено к *высокому уровню* сложности. Здесь представлена проблемная ситуация, связанная с необходимостью преобразования использованного алгоритма для случая, когда встречаются определенные ограничения на местности. Думается, что требуется творческий подход, большая свобода владения математическим материалом, привлечение других фактов геометрии, например, подобия или симметрии, что и определяет виде деятельности – *рассуждать*.

Комплексное задание «Куриные яйца» (3 задания)

Комплексное задание включает три вопроса, отнесенных к области *Неопределенность и данные*, т.к. они связаны: с извлечением и преобразованием данных, расположенных в тексте и на изображении, представлением их в заданном формате (задание 1), с чтением табличных

данных (задания 2 и 3), вычислением статистических характеристик (задание 2) и вычисление вероятности случайного события (задание 3).

Данное комплексное задание представляет собой достаточно редкий случай, когда отдельные вопросы отнесены к различным контекстам: первое из заданий – к контексту *Личная жизнь*, два других – *Образование/профессиональная деятельность*. Это связано с тем, что определение конечной даты реализации продукта – актуальный вопрос для каждого человека при покупке продуктов питания.

Задание 1 отнесено к *низкому уровню* сложности, т.к. основа успеха при его выполнении – внимательное чтение текста и условия вопроса. Рассмотрев изображение на фото, ученик должен отнести яйцо к определенной категории, которой соответствует установленный срок реализации – 25 дней, и прибавить эту величину к дате, проставленной на яйце. Сложность заключается в переходе на новый месяц с учетом числа дней в конкретном месяце выпуска продукции, в данном случае это февраль. Вид деятельности этого задания – рассуждать, а не интерпретировать, как могло показаться, именно потому, что необходимо учитывать дополнительное условие продолжительности конкретного месяца.

В задании 2 следует вычислить среднее значение массы яиц конкретной партии, представленной в таблице, в которую входят яйца различной категории, доля яиц каждой категории (в процентах) указаны в таблице. Также в таблице задан установленный диапазон значений массы для каждой категории яиц. То есть необходимо вычислить среднее арифметическое по частоте, определив для каждого диапазона среднее значение. Кроме того, необходимо выразить проценты дробью, выполнить соответствующие арифметические действия и округлить результат до целого числа. Это задание отнесено к *высокому уровню* сложности, а вид деятельности – *применять*.

Выполнение задания 3 также связано с представленной в описании ситуации таблицей, с вычислениями, но здесь надо вычислять вероятность случайного события. Вид деятельности – **применять**: необходимо трактовать частоту (долю) как вероятность, представив ее соответствующей десятичной дробью, как и принято выражать вероятность в математике (если вероятность представлена в процентах, результат оценивается одним баллом). Задание отнесено к **среднему уровню** сложности, т.к. в вопрос Б следует определиться с благоприятными исходами, исходя из условия «не менее 55 г», которому соответствуют 3 категории – первая, отборная и высшая.

Определение последней даты реализации продукта – актуальная задача для каждого покупателя, поэтому такого рода задачи можно использовать и в 5-6-х классах в рамках устного счета.

По данной в описании таблице могут быть составлены и другие вопросы, как более простые, так и более сложные, в частности, на определение других статистических характеристик представленного в таблице набора данных: медиана, мода, размах, наибольшее и наименьшие значения, а также дисперсия.

Комплексное задание «Велосипедное колесо» (2 задания)

Описание комплексного задания «Велосипедное колесо» содержит много разнообразной информации: описание конструкции колеса, сопровождаемое схематическим рисунком, стандартные размеры колес, справочная информация, связанная с окружностью, и о переводе несистемной единицы измерения «дюйм» в метрическую систему мер. Речь не идет о профессиональных аспектах использования велосипеда, задание отнесено к контексту *Личная жизнь*.

Задание 1 связано с наибольшей длиной окружности колеса среди четырех велосипедов с заданными диаметрами, и отнесено оно к

содержательной области **Пространство и формы**. Задание *низкого уровня* сложности, здесь есть возможность ответить на поставленный вопрос, используя интуицию, особенно тем учащимся, у кого есть велосипед.

В задании 2 необходимо составить формулу для вычисления числа оборотов велосипедного колеса с заданной высотой покрышки, зависящего от пройденного расстояния и диаметра обода, что определяет вид деятельности – **формулировать** (следует сформулировать интуитивно понимаемые зависимости на языке алгебры). Это довольно сложная зависимость – прямо пропорциональная от расстояния и обратно пропорциональная от диаметра обода, причем в нее должна войти и формула длины окружности. Поэтому задание отнесено к **высокому уровню** сложности.

Задания, связанные с колесами, традиционно довольно сложны для учащихся, они требуют понимания прямой и обратно пропорциональной зависимостей, а также пространственного воображения, ведь следует представить, как окружность как бы разворачивается, распрямляется на плоскости, оставляет след на дороге. Одно понятие (длина окружности) переходит в другое (расстояние, пройденный путь), одна формула (геометрическая) «встречается» с другой (алгебраической). Поэтому такого рода задания можно включать в различные темы курса математики, как геометрические, так и алгебраические.

Комплексное задание «Стеллаж из ящиков» (2 задания)

Оба вопроса данного задания связаны с распознаванием геометрических фигур, определением их элементов и относятся к содержательной области **Пространство и формы**.

В задании 1 ученику необходимо **интерпретировать** элементы конструкции стеллажа, созданной из одинаковых ящиков, соотнести их с параметрами ящика, оценить форму и размеры ниш, которые образуются в

данной конструкции, основу которой составляет квадрат. Учащиеся должны распознать равносторонний треугольник и ромб. Величины углов ромба необходимо вычислить, увидев, что тупой угол ромба в сумме с двумя прямыми углами квадрата и углом равностороннего треугольника составляют 360° , а затем воспользоваться теоремой о сумме углов четырехугольника. Распознать равносторонний треугольник несложно, но в силу работы с ромбом, задание соответствует *среднему уровню* сложности.

Задание 2 отнесено к *высокому уровню* сложности, поскольку, прежде всего, в нем предложена проблемная ситуация: оценить высоту получившейся конструкции. На основе интуиции, воображения и известных ему геометрических фактов учащийся должен выстроить цепочку рассуждений, разрешающих поставленную проблему. Ему необходимо применить несколько геометрических фактов: использовать основные свойства прямоугольных треугольников, соотношений между сторонами и углами в прямоугольном треугольнике, теорему Пифагора. Помимо этого, он должен представить свое решение со всеми необходимыми пояснениями, провести оценку полученного результата. Основной вид деятельности при выполнении данного задания – *рассуждать*.

В рассматриваемой конструкции есть ниши, имеющие форму равнобедренного треугольника, достраиваемые до трапеции, таким образом, использование этого задания не ограничивается лишь приведенными вопросами.

Комплексное задание «Конкур» (2 задания)

Комплексное задание «Конкур» представляет собой ситуацию, задания которой относятся к различным содержательным областям – *Изменение и зависимости* и *Количество*. В заданиях рассматриваются параметры лошадей, удовлетворяющих условиям для конкурра, однако, в первом задании акцент сделан на формальную алгебраическую запись этих условий, а во

втором задании – на числовые значения. Соответствующие вопросы относятся к профессиональной деятельности специалистов, занимающихся разведением лошадей.

В задании 1 необходимо условия, сформулированные вербально, записать в виде двойных неравенств. Это задание достаточно близко к предметным результатам, поэтому здесь необходимо применить предметные алгебраические знания: первое неравенство задает числовой интервал, в котором должен располагаться такой параметр, как высота лошади в холке; второе неравенство показывает зависимость между косой длиной туловища и высотой в холке. Вид деятельности – *применять*. Учащимся необходимо быть внимательными и использовать соответствующий условию знак нестрогого неравенства. Именно в силу достаточно высокого уровня формализации это задание отнесено к *среднему уровню* сложности.

В задании 2 вид деятельности – *рассуждать*, что обусловлено отсутствием известной стратегии выполнения подобного рода заданий. Во-первых, надо проверять выполнение двух условий, одного из которых независимо, а второе зависит от первого. Во-вторых, поскольку в явном виде не требуется высказаться относительно каждой лошади (работать с таблицей по строкам), а следует выбрать тех из них, которые удовлетворяют двум условиям, можно сначала выбрать лошадей, удовлетворяющих первому условию, а затем проверять для них выполнение второго условия. Это работа с таблицей по столбцам. Работая с некоторым массивом информации, следует думать не только о том, чтобы не ошибиться, удерживая в памяти числовые значения границ интервала и разницу двух характеристик, а также тот факт, что неравенства нестрогие, а, следовательно, входят в допустимые значения. Следует думать и о том, чтобы выполнить работу рационально, не делать лишние действия, так как это еще и временные затраты.

Если говорить о математической сложности задания, то в нем фигурируют целые положительные числа и самые простые действия с ними, поэтому задание отнесено к заданиям *низкого уровня* сложности.

Комплексное задание «Деревенский колодец» (2 задания)

В задании описан реальный объект, знакомый, возможно, лишь части школьников, которые проводят время в сельской местности, других эта задача погрузит в новую ситуацию, о которой они еще не слышали и не знают. Таким образом, приведенное в условии описание устройства обычного деревенского колодца будет им полезно для получения новой информации. Все задания носят познавательный характер и относятся к одному контексту – *Научная деятельность*.

В условии описывается принцип работы деревенского колодца, представлены две схемы – колодца и, отдельно, ворота, даны формулы длины окружности и площади круга, а ученику не сказано, какие математические действия или операции требуется выполнить, чтобы ответить на поставленные в задании вопросы. Вместе с тем, включение в условие комплексного задания схематичных рисунков и справочных материалов помогает учащимся «увидеть» материал, который встречался им на уроках геометрии. Оба задания сосредоточены в одной области содержания: *Изменения и зависимости*.

Два вопроса в задании 1 приближены к базовым предметным результатам, потому что ставится проблема о вычислении глубины (высоты) объекта и составлении формулы для ее вычисления. В задании 2 предлагается решить обратную задачу: подсчитать, сколько оборотов ручкой нужно сделать, чтобы поднять ведро с водой с указанной глубины. Очевидно, что все действия ученик должен выполнить на основе тех знаний и того опыта, который он получил на уроках математики: читать и понимать

схематичный рисунок колодца (в разрезе), учитывать параметры составляющих (высоту сруба над землей, высоту воды и пр.).

Когнитивная деятельность в двух заданиях одинаковая – **формулировать**, она включает в себя умение определить, из какого раздела математики необходимо извлечь знания, требуемые для решения проблемы, и определиться с моделью ситуации – построить геометрическую модель и описать ее алгебраически. В рассматриваемых заданиях ставятся вопросы о характере зависимости глубины колодца, диаметра ворота и числа оборотов ворота при подъеме воды из колодца. При ответе на второй вопрос ученик должен понимать, как длина цепи, наматываемой на ворот колодца за один оборот, связана с длиной окружности и, соответственно, диаметром ворота.

Задание 1 соответствует подготовке учащихся со **средним уровнем** математической грамотности: ученики должны воспользоваться различными формами представления информации (схематичный рисунок колодца и его ворота, справочные материалы и текст условия, разъясняющий устройство колодца); разобраться с представленной конструкцией, конкретной и описанной в своих деталях. Они должны разобраться с представленными величинами (глубина колодца, высота сруба, диаметр ворота, число оборотов), решить задачу сначала «в числах» (вопрос А), а затем записать соответствующую формулу, связывающую все величины (вопрос Б). Учащиеся должны владеть изученными математическими понятиями (длина окружности, радиус, диаметр), знать единицы измерения длин и уметь переводить сантиметры в метры, кроме того, для получения верного ответа на поставленные вопросы ученики должны владеть алгебраическими навыками работы с формулами (составление формулы, использование известной формулы длины окружности), вычислительными навыками и навыками округления.

Ответ на вопрос задания 2 также дает информацию об учащихся, математическая грамотность которых отвечает **высокому уровню**. Здесь

также ученики должны использовать различные источники информации (два схематических рисунка, справочные материалы и текст условия), владеть теми же понятиями и умениями из курсов геометрии, алгебры, вычислительными навыками, но теперь им надо сконструировать метод определения числа оборотов ворота для подъема ведра из колодца определенной глубины. Они могут воспользоваться составленной в задании 1 формулой, выразив из нее число оборотов или найдя отношение длины поднимаемой цепи к длине окружности ворота. В некотором смысле это обратная задача к задаче 1, что и делает ее более сложной. Помимо этого, они должны продемонстрировать умение представить решение задачи, показывающее логику проделанных размышлений.

Комплексное задание «Закупка окон» (2 задания)

Комплексное задание «Закупка окон» содержит два задания, отнесенных к разным областям содержания – *Пространство и формы* и *Количество*, т.к. в заданной ситуации в первом случае акцент сделан на геометрических аспектах, а во втором – на вычислительных и количественных. Контекст определен как *Образование/профессиональная деятельность*, поскольку в сюжете задана ситуация продажи фирмой окон для различных зданий.

Описание содержит помимо текста чертежи окон трех видов – треугольное, прямоугольное и в форме трапеции, а также таблицу, содержащую информацию о цене одного квадратного метра для окна каждого вида.

В задании 1 два высказывания, требующих произвести сравнение геометрических величин: в первом случае – разностное сравнение стоимостей квадратного метра треугольного и прямоугольного окон, во втором – сравнение площадей окна в форме трапеции и окна в форме треугольника, для чего можно воспользоваться формулами. Однако, если в первом случае придется выполнять вычисления, то во втором можно

заметить, что большая сторона трапеции ровно в 2 раза больше стороны треугольника, а высота трапеции больше высоты треугольника, и с помощью воображения «увидеть», что если на трапецию уложить три треугольника, то останутся незанятые фрагменты. Это существенно упростит выполнение задания, поскольку обоснования давать не требуется.

Задание 2 – расчетная задача на проценты, в ней требуется вычислить, какую сумму надо заплатить за покупку 20 прямоугольных окон с учётом скидки, которая зависит от общей стоимости заказа и может составлять 5 % или 10 %. Здесь потребуется: 1) определить площадь одного окна, 2) выразить ее в квадратных метрах, 3) вычислить стоимость одного окна, 4) вычислить стоимость 20 окон, а затем 5) вычислить итоговую стоимость заказа уже с учетом величины скидки. Это довольно традиционная задача на подсчет стоимости, поэтому вид деятельности – *применять*. С учетом многошаговости (следовательно, необходимости выстраивать последовательность действий), разнообразия вычислений (в том числе площади и процентов, что увеличивает вероятность появления вычислительных ошибок) и необходимости проверки выполнения определенного условия, задание отнесено к *среднему уровню* сложности.